CARTAS SOBRE PROBABILIDAD

ALFRÉD RÉNYI

SOUTIÑO EDITORA

CARTAS
SOBRE
PROBABILIDAD

ALFRÉD RÉNYI
Instituto de Matemáticas
Academia Húngara de Ciencias

TRADUCIDO DEL RUSO POR
ELENA SHEREVERA

REVISADO POR
JORGE LOSADA RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD DE LEÓN

Título orixinal: *Levelek a valószínűségről*

Primera edición en Soutiño Editora: febrero de 2022

https://j-losada.github.io/divulgacion/

ISBN: 978-84-09-43646-0
Depósito Legal: C 1917-2021

…un matemático es una máquina
que transforma café en teoremas.

Alfréd Rényi

En vez de un Prefacio...

A: Prof. Alfréd Rényi
Budapest (Hungría)

Chiméres, 1 de abril de 1966

Querido profesor Rényi:

No sé si recuerda la conversación que mantuvimos en Clermont-Ferrand el 9 de junio de 1962 durante la conferencia por el 300 aniversario de la muerte de Pascal. Permítame pues que le recuerde muy brevemente el contenido de tal encuentro.

Aquel día se había organizado una excursión a la cumbre de Puy de Dôme, donde el 19 de septiembre de 1648 Florin Périer, cuñado de Pascal, llevo a cabo los experimentos diseñados por el propio Pascal para observar y medir la presión atmosférica. Nos pusimos a hablar de Pascal mientras admirábamos el paisaje tomando café en la terraza del restaurante situado en la cima del monte. Nuestra conversación trató sobre la obra y repercusión de Pascal en el desarrollo posterior de la ciencia: sus estudios aerodinámicos e hidrodinámicos, sus investigaciones sobre infinitésimos, el desarrollo de los fundamentos de la teoría de la probabilidad o la invención de la primera calculadora.

Le mencioné entonces la carta que remitió Pascal en 1654 a la Academia de Ciencias de París, fundada por Mersenne y dirigida más tarde por Le Pailleur; carta en la que Pascal enumera una serie de trabajos ya muy avanzados o prácticamente terminados y que tendría intención de enviar en breve a la Academia. Entre éstos, aparece un texto que versaría sobre un tema completamente novedoso y que no habría sido estudiado de manera sistemática hasta entonces: la *esperanza matemática*. Recuerdo haberle comentado en aquel momento que las pocas líneas en las que Pascal describe su trabajo manifiestan que era plenamente consciente de la importancia del nuevo campo de estudio que había descubierto: la teoría de la probabilidad.

"Es una lástima —le dije a continuación— que Pascal no redactara ese trabajo; sobre todo porque en sus manuscritos y cartas dirigidas a Fermat, en donde expone los principios de la teoría de la probabilidad, se limita a resolver los problemas del Caballero de Méré (y a enunciar los resultados de combinatoria estrictamente necesarios). Si no conociéramos su carta enviada a la Academia de París, ni tan siquiera tendríamos la certeza de que Pascal fue consciente de que junto con Fermat había sentado las bases de una nueva disciplina que revolucionaría nuestra cosmovisión".

Usted, señor Rényi, me respondió que estaba convencido de que Pascal habría plasmado sus ideas sobre la teoría de la probabilidad en algún documento. Y a continuación sugirió que de se debería continuar con la búsqueda de ese manuscrito perdido. Yo le respondí que pocas obras han sido tan estudiadas como los manuscritos de Pascal, y que yo mismo había dedicado varios años de mi vida a la búsqueda de nuevos escritos en los archivos, pero sin ningún resultado significativo hasta aquel momento. Usted, sin embargo, no cambió de opinión y sugirió que quizás, según las costumbres de aquella época, Pascal habría redactado su teoría en cartas enviadas a Fermat. Insinuó también que además de las ya conocidas, deberían existir más cartas de Pascal relacionadas con el tema de los juegos de azar. Conjeturó que tal vez la búsqueda había sido infructuosa porque el manuscrito perdido se habría buscado exclusivamente entre los documentos de Pascal y no en el legado de Fermat.

Su comentario me hizo reflexionar, pues su hipótesis era digna de atención. Sin embargo, la carga de trabajo de aquel momento me impidió ocuparme seriamente del asunto y sólo volví sobre él a principios de 1966, cuando tuve que viajar a Toulouse por motivos personales. Había muerto mi tío, un señor soltero y muy peculiar, y me había dejado como herencia todas sus pertenencias y un inmueble en Toulouse con la única condición de que desvelase la historia del litigio por esa propiedad, litigio que se remontaba a hace más de 300 años. Lo cierto es que quería cumplir con el último deseo de mi tío de buena fe y además, me interesaba la historia de mi familia. En enero de ese mismo año viajé a Toulouse y comencé a investigar en los archivos municipales sobre unos documentos que databan de 1660. Como ya le he comentado, dediqué varios años de mi vida a estudiar los manuscritos de Pascal, por lo que conozco su letra casi mejor que la mía —puede creerme—. La noche del 17 de enero, mientras ojeaba un documento firmado —entre otros— por Fermat, me topé con una carta en la que reconocí de inmediato la letra de Pascal. No sé si puede imaginarse la emoción que me causó aquel hallazgo, pero le diré que me quedé trabajando entre los archivos hasta la mañana siguiente. Olvidé el hambre y la sed y continué con la búsqueda hasta que hallé tres cartas más. Tiempo después, averiguaría que tras la muerte de Fermat, estas cartas se habían traspapelado en su domicilio con unos documentos judiciales que datan del 17 de enero de 1665 y es por esto que fueron a parar al archivo municipal. ¡Nadie se había fijado en ellos durante más de 300 años!

De esta forma, y por mera casualidad, cayeron en mis manos estas cartas tan importantes para la historia de la ciencia. Pero en realidad, el mérito del hallazgo no es mío, yo sólo he tenido fortuna. Fue usted quien planteó la atrevida hipótesis de que los documentos perdidos de Pascal sobre la teoría de la probabilidad consistían en cartas enviadas a Fermat y que habría que buscarlos por tanto entre los documentos de Fermat. Así pues, considero que el deber y derecho a publicar estas cartas es suyo.

A continuación, adjunto el texto de las cartas que he transcrito y revisado meticulosamente. Sin embargo, me veo obligado a pedirle que se encargue por su cuenta y sin contar con mi ayuda de todas las tareas previas a su publicación.

Entiendo que le sorprenda mi petición, pero le explicaré a que es debida; espero que me comprenda. Entre los documentos judiciales también encontré unos folios escritos por Fermat con contenido puramente numérico. Prácticamente carecen de texto. En su gran parte están llenos de fórmulas. Aun así, es evidente que esos cálculos están directamente relacionados con el Último teorema de Fermat. Trabajo día y noche intentando descifrar estas anotaciones. Espero dar con los argumentos de Fermat o, en caso contrario, probar que no fue capaz de obtener demostraciones parar sus afirmaciones y que él mismo se percató de ello en sus últimos años de vida. Estoy seguro de que comprende la importancia de esta cuestión y es la razón que me impide ocuparme de otros asuntos mientras no termine. Cuando encontré las cartas de Pascal, primero pensé en publicarlas junto con un estudio detallado de las mismas, pero antes de comenzar a trabajar, cayeron en mis manos las anotaciones de Fermat que ya le he mencionado. Desde entonces, vivo por y para ellas. Si soy capaz de comprender estos folios estaré preparado para escribir un estudio más completo sobre todo lo relacionado con las cartas de Pascal. Le solicito pues, por favor, que cargue usted con todo el trabajo para que se publiquen las cartas lo antes posible.

Le quedo muy agradecido de antemano por su trabajo y esfuerzo. Además, aprovecho esta ocasión para expresarle, mi querido amigo, mi más profundo respeto.

Atentamente,
Henri Trouverien

Catedrático de Historia de las Matemáticas
Universidad de Contebleu.

A: Prof. Henri Trouverien
Chiméres

Budapest, 10 de abril de 1966

Querido profesor Trouverien:

He recibido su amable carta del 1 de abril junto con la transcripción de las cartas de Pascal. Muchas gracias.

Atenderé encantado su petición, pero quisiera pedirle permiso para publicar también su propia carta. Así explicaré a la comunidad científica que en verdad fue usted quien encontró las cartas y daré buena cuenta de las circunstancias de su hallazgo. No quisiera distraerle de su labor en el descifrado de las anotaciones de Fermat. Tanto yo como todos mis colegas le deseamos el mayor de los éxitos y quedamos intrigados a la espera de los resultados de su estudio.

También quiero formularle una última pregunta: ¿cree posible encontrar alguna de las respuestas de Fermat a las cartas de Pascal?

Atentamente,
Alfréd Rényi

A: Prof. Alfréd Rényi
Budapest (Hungría)

Chiméres, 3 de mayo de 1966

Querido profesor Rényi:

Gracias por su carta del 10 de abril. Me alegra que acepte el encargo de la publicación de las cartas de Pascal liberándome así a mí de esa tarea y permitiéndome concentrar todos mis esfuerzos en descifrar los escritos de Fermat. Desafortunadamente, la tarea aún es más ardua de lo que me temía inicialmente. Fermat emplea una notación extraña y de momento tan sólo estoy dando los primeros pasos para comprenderla. Pero, por supuesto, no tengo inconveniente alguno en que haga pública mi carta (e incluso esta misma si así lo considera).

En cuanto a las respuestas de Fermat, creo que no hay esperanza. Después de la muerte de Pascal, su hermana, Gilberte Périer, se encargó de ordenar sus documentos y aunque conservó cuidadosamente todas sus notas, lamentablemente, destruyó las cartas dirigidas a Pascal. Por tanto, tendremos que conformarnos con inferir las respuestas de Fermat a partir de las cartas de Pascal.

Con mucho afecto,
Henri Trouverien

Cartas
de
Pascal a Fermat

Carta I

París, Faubourg Saint-Michel,
28 de octubre de 1654

A: Pierre Fermat
Toulouse

Querido Sr. Fermat:

Nuestro amigo en común, el Sr. Carcavi, me informó ayer de que hoy mismo viajaría a Toulouse y me preguntó si querría enviarle una carta. Evidentemente, no podía desaprovechar tal oportunidad, pero como disponía de un tiempo tan limitado para escribir, sólo pude redactar unas pocas líneas.[1] Sin embargo, al final resulta que el Sr. Carcavi ha aplazado su viaje hasta dentro de dos días; por tanto, ahora puedo escribirle con mayor calma y detalle.

Una vez resueltos los problemas planteados hace aproximadamente un año por el Caballero de Méré durante nuestro viaje a Poitou en compañía del duque de Roannez y el Sr. Mitton, quiero decirle que en realidad lo que más me complace es que la correspondencia que nos hemos intercambiado durante este tiempo ha fortalecido nuestra amistad. Esto me satisface aún más que el haber obtenido la solución a dichos problemas. Valoro nuestra amistad por encima de todo y no sólo porque le considere como el primer geómetra de Europa, sino también porque gracias a estas cartas he conocido a un hombre cuya amistad es digna de mandatarios. Así pues, los problemas planteados por el osado caballero —aunque en verdad no presentaban un gran interés— me han prestado un servicio inestimable. Precisamente por esto, porque valoro tanto su amistad, me gustaría compartir con usted alguna de mis ideas. Siento la necesidad de contarle por qué me preocupan tanto o de variable compleja, la topología, el álgebra moderna y el análisis funcional junto con el surgimiento de la lógica matemática han cambiado para siempre la faz de las matemáticas. Además, al clarificar ciertas cuestiones sobre los fundamentos de las matemáticas también se propició un poderoso impulso para su aplicación en multitud de campos de las ciencias naturales y sociales.

Sorprendentemente, la teoría de la probabilidad se mantuvo al margen de esta grandiosa transformación hasta las primeras décadas del siglo XX. A pesar de que fue durante el siglo XIX cuando Gauss, Laplace, Poisson, Chebyshov, Márkov, Bertrand, Poincaré y otros muchos matemáticos enriquecieron la teoría de la probabilidad con nuevas líneas de investigación mientras sus aplicaciones prácticas en ciencias naturales, sociales y económicas gozaban de gran popularidad e importancia, lo cierto es que durante ese siglo no se produjo ningún avance de relevancia en cuanto a su fundamentación teórica.

Estas circunstancias provocaron que aún a principios del siglo XX la mayoría de los matemáticos no admitieran a la teoría de la probabilidad como una rama propia de las matemáticas, considerándola como una ciencia de dudosa utilidad y situándola entre las matemáticas y la física o entre las matemáticas y la filosofía. En 1900, Hilbert señaló los perjuicios de tal atraso e incluyó la fundamentación axiomática del cálculo de probabilidades en su famosa lista de problemas matemáticos por resolver.

El primer intento serio[**] de resolver este problema es el debido von Mises (1883–1953) en 1919, y aunque el sistema axiomático que propuso no resultó muy convincente y hoy en día sólo goza de un interés meramente histórico, la controversia que levantó atrajo la atención de numerosos matemáticos sobre esta cuestión. La primera construcción plenamente satisfactoria de una teoría de la probabilidad sistematizada y fiel al espíritu axiomático de las matemáticas modernas data de 1933 y es obra de Kolmogorov (1903–1987).[***]

En la teoría axiomática de Kolmogorov, los sucesos aleatorios se represen-

[**] El primer intento fue el de Bernstein (1880–1968) en 1917; véase su trabajo *Prueba del fundamento axiomático de la teoría de probabilidades*, Informes de la asociación matemática de Járkiv, 15, 209–274 (1917). [comentario del traductor al ruso].

[***] La teoría de Kolmogorov (como cualquier descubrimiento científico) se basó en numerosos intentos de sus predecesores (véase [30]).

tan mediante conjuntos y la probabilidad correspondiente no es más que el valor de cierta medida normalizada —definida sobre la familia de todos los conjuntos (o sucesos) posibles— sobre el conjunto en cuestión; por otra parte, la esperanza matemática coincide simplemente con la integral de Lebesgue (abstracta). Al emplear la teoría de conjuntos y la teoría de la medida como base fundacional de su sistema, Kolmogorov no sólo proporcionó a la teoría de la probabilidad un sistema axiomático consistente, sino que también integró tal teoría en la matemática moderna. Debido a su simplicidad y naturalidad, así como a las características anteriormente mencionadas, la teoría de Kolmogorov fue aceptada rápidamente y empleada luego como base sólida sobre la que construir nuevos resultados durante los últimos 30 años.[****]

El esclarecimiento de los fundamentos de la teoría de la probabilidad no sólo ha contribuido a su desarrollo como una de las ramas de las matemáticas, sino que también ha permitido su aplicación en otras ciencias. Desde entonces, la teoría de la probabilidad ha experimentado un gran crecimiento, ampliando cada vez más su ámbito de aplicación.

[****] Algunas cuestiones relacionadas con la física (en particular con la mecánica cuántica), estadística y otras ciencias requerían cierta evolución de la teoría de Kolmogorov y la introducción del concepto de la probabilidad condicional (véase [31]).
El propio Kolmogorov fue el primero en plantear esa posibilidad, aunque no llegó a desarrollarla.

Carta al Lector

Estimado lector:

Después de leer mi carta me he percatado de que necesita ser ampliada. En aquel documento traté de explicarle por qué recurrí al estilo de unas cartas ficticias de Pascal para presentar mi obra, pero no mencioné qué me llevó a escribir sobre los temas escogidos. Quisiera corregir mi error en esta carta.

Tal y como he señalado en el epígrafe IV del Apéndice, matemáticamente, en lo que respecta a la teoría de la probabilidad, no hay ningún tipo de desacuerdo entre los científicos más competentes. Sin embargo, no podemos decir lo mismo sobre la relación de la teoría de la probabilidad con el mundo que nos rodea o si nos referimos a la interpretación de sus planteamientos teóricos y su ámbito de aplicación. Estas cuestiones son más filosóficas o epistemológicas que matemáticas, por lo que no es de extrañar que, incluso hoy en día, sigan siendo objeto de un intenso debate. Cualquiera que desee profundizar en la teoría de la probabilidad, así como aplicarla con éxito en la práctica o simplemente comprender cómo podría ser útil esta teoría y qué puede aportarle, ha de enfrentarse inevitablemente a estas cuestiones.

Mi experiencia personal en la enseñanza de la teoría de la probabilidad (y he impartido numerosos cursos a estudiantes con distintos intereses científicos y distinta formación inicial) y mis intentos por llevar tal teoría a la práctica me han conducido a la siguiente conclusión: para profundizar en esta teoría y aplicarla de manera exitosa no es suficiente (aunque sí necesario) comprender su esencia; ante todo, lo imprescindible es pensar de forma independiente acerca de algunas cuestiones fundamentales que están intrínsecamente relacionadas con la noción de probabilidad y para ello, es necesario familiarizarse antes con algunas aplicaciones específicas. Ese es el propósito de este libro.

Los conceptos teóricos necesarios para a comprender las cuestiones planteadas han sido introducidos en las propias cartas. Espero, querido lector, que hayan resultado comprensibles. Me alegraría profundamente que después de leerlas, usted, quien no ha estudiado antes teoría de la probabilidad, sienta ahora el deseo de saber más. Y aunque alguna de las cuestiones planteadas en el libro es accesible incluso sin conocimientos previos, esto no implica en absoluto su sencillez, pues su dificultad es de naturaleza lógica y surgen todas al considerar problemas elementales de probabilidad. Por tanto, es natural suponer que Pascal y Fermat también se las habrían planteado y tratado de responder en algún momento. Así pues, que Pascal se pronuncie al respecto no puede considerarse en ningún caso como un anacronismo.

Como he dicho antes, estas cuestiones son de carácter epistemológico y están relacionadas con los principales problemas del conocimiento científico. Evidentemente, querido lector, no pretendo engañarme a mí mismo pensando que con estas cartas zanjaré unas disputas que han durado siglos. Mi objetivo era más realista: tan sólo quise compartir con usted el punto de vista generalmente aceptado. Y al hacerlo, como ya puede intuir, me he permitido expresar mi opinión, especialmente en la Carta IV.

El punto de vista de Mitton fue expuesto por primera vez en 1847 por Augustus De Morgan. Según De Morgan, cualquier afirmación acerca de la probabilidad de un suceso es subjetiva, pues depende de la persona que la enuncia y refleja su opinión sobre la verosimilitud de tal suceso. Es decir, para él, la probabilidad es una medida numérica pero subjetiva del grado de convicción. En la actualidad, la mayoría de los matemáticos que estudian teoría de la probabilidad no cuestionan la objetividad de la probabilidad, pero sigue habiendo algunos que sostienen que es subjetiva (véase por ejemplo [10, 15]). Creo que no es necesario enfatizar que yo estoy con Pascal.

Usted, querido lector, quizás desee conocer mejor las distintas posturas acerca de la noción de probabilidad; si es así, le aconsejo que además de las obras ya mencionadas, consulte las referencias [5, 27] de la bibliografía.

Para concluir, quisiera señalar que las cuestiones fundamentales relativas al concepto de probabilidad están directamente relacionadas con preguntas básicas de la estadística matemática o la teoría de la información (por ejemplo, en la disputa sobre la objetividad o subjetividad de la probabilidad, el método bayesiano juego un papel protagonista). No obstante, todo esto queda lejos del alcance de este libro. Quizás algún día escriba sobre ello. Mientras tanto, mis mejores deseos.

Atentamente,

Alfréd Rényi

Notas

[1] Comparar con la carta de Pascal a Fermat fechada el 27 de octubre de 1654 (véase [21, pág. 90]).

[2] Comparar con la carta de Pascal a Fermat fechada el 10 de agosto de 1660 (véase [21, pág. 522]).

[3] *Celeberrimae Mathesos Academiae Pariseiensi*, véase [21, págs. 73–74].

[4] En el texto original en latín dice así:

> *et sic matheseos demonstrationes cum aleae incertirudene jungendo, et quae contraria videntur conciliando ab utraque nominationem suam accipiens stupendum hunc titulem jure sibi arrogat: aleae Geometria.*

[5] Véase [23], donde se dice que:

> El hombre está hecho visiblemente para pensar; ahí radica toda su dignidad y todo su mérito. Su deber consiste en pensar como es debido.

[6] Véase [23], donde se dice:

> ¿Qué es el hombre en la naturaleza? Una nada con respecto al infinito, un todo con respecto a la nada. Un medio entre la nada y todo. Infinitamente alejado de comprender los extremos, el fin de las cosas y sus principios permanecen para él invenciblemente ocultos en un impenetrable secreto, igualmente incapaz de ver la nada de donde ha surgido y el infinito donde es engullido. Las cosas extremas son para nosotros como si no existieran; y no somos nada en relación a ellas; se nos escapan o nosotros escapamos de ellas. He aquí nuestra verdadera condición. Esto

es lo que nos hace incapaces de saber con certeza y de ignorar absolutamente.

[7] Véase el fragmento titulado «La apuesta» en [23].

[8] Comparar con la carta de Pascal a Fermat fechada el 29 de julio de 1654 (véase [21, pág. 77]).

[9] Comparar con la carta de Pascal a Fermat fechada el 29 de julio de 1654; véase también la Nota 26.

[10] Véase [22, Carta V].

[11] Véase [8, Regla III].

[12] Véase [20].

[13] Véase [**?**, V. 38].

[14] Conviene observar como caracteriza René Descartes a las Matemáticas (véase [8, Regla IV]):

> ... solamente aquellas ciencias en las que se estudia cierto orden y medida hacen referencia a las Matemáticas y que no importa si tal medida ha de buscarse en los números, en las figuras, en los astros, en los sonidos o cualquier otro objeto; y que, por lo tanto, debe haber una cierta ciencia general que explique todo lo que puede buscarse acerca del orden y la medida no adscrito a una materia especial...

[15] Véase [20].

[16] Véase [26].

[17] Véase [17, Libro IV, versos 963–966].

[18] Aquí me he permitido un anacronismo: aunque las carreras de caballos ya eran tradición en Inglaterra, no llegaron a Francia hasta después de la muerte de Pascal.

[19] Véase [17, Libro I, versos 268–278].

[20] Véase [17, Libro V, versos 419–431].
Aquí Pascal también tiene en mente los siguientes versos de Lucrecio (véase [17, Libro V, versos 185–194]):

> Y de qué cosa eran capaces tras cambiar entre sí de orden,
> si la misma naturaleza no dio un modelo de creación?
> Y así pues, muchos elementos primordiales de las cosas,

agitados de muchos modos ya desde tiempo infinito por choques
y lanzados por sus propios pesos, se habituaron a ser llevados
y agruparse de todos modos, y ensayar todas las cosas,
cualquiera que pudieran crear tras juntarse entre sí,
que no sea maravilloso si también cayeron
en tales disposiciones y llegaron a tales movimientos
por los cuales, renovándose, ahora es conducida esta totalidad de cosas.

Aunque también podría haber citado estos versos (véase [17, Libro I, versos 1021–1032]), que coinciden casi textualmente con los incluidos en el diálogo:

Pues, en verdad, no por deliberación los elementos primordiales de las cosas
se colocaron cada uno en su orden con sagaz inteligencia,
ni pactaron, por cierto, qué movimientos cada uno daría,
sino porque muchos, transformados de muchos modos, son violentados
a través del todo desde lo infinito, excitados con choques,
probando todo tipo de movimiento y uniones,
finalmente, llegan a tales disposiciones,
con las cuales se constituyó esta totalidad de las cosas creadas,
y también fue conservada por muchos largos años
tan pronto como ha sido arrojada a movimientos convenientes,
hace que las corrientes llenen el mar codicioso con largas ondas.

[21] Mitton se refiere a los siguientes versos de Lucrecio (véase [17, Libro II, versos 114–124]):

En efecto, contempla de ahora en más cuando, en cualquier circunstancia,
los rayos insertos a través de la oscuridad de las casas esparcen las luces del sol:
verás que muchos corpúsculos diminutos se mezclan
de muchas maneras por el vacío en la misma luz de los rayos,
y como en un certamen eterno producen, al enfrentarse

por medio de escuadrones, luchas y combates y no se dan tregua
agitados por uniones y separaciones incesantes;
para que puedas conjeturar a partir de esto cómo es que los elementos
primordiales de las cosas son movidos de un lado a otro siempre en el gran vacío.
Solamente una pequeña entre cosas grandes puede
dar un ejemplo y marcas de un conocimiento.

No conozco ninguna descripción del movimiento browniano tan poética como la anterior.

[22] Véase [21, pág. 1146].

[23] Véase [21, pág. 535].

[24] Véase [21, pág. 1222].

[25] La correspondencia entre Pascal y Fermat se publicó en las obras completas de Fermat (véase[9]) y más tarde fue añadida como suplemento a la traducción al inglés del interesante libro de F. N. David sobre la historia del cálculo de probabilidades (véase [7]). Aunque no se conserva la primera carta de Pascal a Fermat, sí es conocida la respuesta de Fermat a dicha carta (que carece de fecha). Además, también se han conservado hasta nuestros días tanto la segunda carta de Pascal fechada el 29 de julio de 1654, junto con la correspondiente respuesta de Fermat del 9 de agosto (que iba dirigida a Carcavi), la tercera carta de Pascal del 24 de agosto, la de Fermat del 29 de agosto que se cruza en el camino con la anterior, su respuesta del 25 de septiembre a la tercera carta de Pascal y la cuarta carta de Pascal del 27 de octubre de 1654. Según David, la solución al problema planteado por el Caballero de Méré (y con ello la creación de las bases de la teoría de la probabilidad) se debe en gran parte a Fermat. No obstante, los argumentos que esgrime para fundamentar su opinión no son del todo convincentes. El hecho de que el razonamiento de Pascal sea posterior al de Fermat podría conducirnos (aunque de forma errónea) a minusvalorar su labor. Sin embargo, si analizamos su modo de abordar el problema, evitando enumerar todos los casos posibles, es evidente que Pascal contribuyó significativamente al desarrollo de la teoría de la probabilidad.

[26] Véase [21, pág. 77].

[27] El texto completo puede consultarse, por ejemplo, en [25, págs. 119–120].

[28] Véase [21, pág. 597].
[29] Véase [21, págs. 1156–1157] y [23].
[30] El poema completo es *Quisiera que me quisieran*:

> Ni antepasado ni descendiente,
> ni conocido ni pariente,
> que yo no soy de nadie,
> no, yo no soy de nadie
>
> Majestad, como cada hombre pleno,
> soy Polo Norte, misterio, ajeno,
> lejano fuego fatuo,
> lejano fuego fatuo.
>
> Mas ay, no puedo así quedar,
> quisiera poderme mostrar
> y que me vieran viéndome,
> sí, que me vieran viéndome.
>
> Por eso es todo: el canto, torturarme:
> quisiera que me quisieran y darme
> y ser de alguien al fin,
> oh, ser de alguien al fin.

Referencias

[1] E. Ady, Poesías. Editorial Corvina, 1977.

[2] A. Béguin, Blaise Pascal in Selbstzeugnissen und Bilddokumenten. Rowohlt, 1959.

[3] J. Bernoulli, Teoría de Probabilidades (Ars Conjectandi). [Traducción y notas de Andrés Rivadulla del *Ars Conjectandi* de Jakob Bernoulli.]

[4] É. Borel, Probabilité et certitude. Presses Universitaires de France, 1969.

[5] R. Carnap, Logical Foundations of Probability. University of Chicago Press, 1950.

[6] M. T. Cicerón, Debates en Túsculo. Akal, 2004.

[7] F. N. David, Games, Gods and Gambling: A History of Probability and Statistical Ideas. Griffin, 1962.

[8] R. Descartes, Reglas para la dirección de la mente. Aguilar, 1981.

[9] P. Fermat, Oeuvres de Fermat. Gauthier-Villars, 1891.

[10] B. de Finetti, La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives, *Ann. Inst. Henrie Poincaré*, **7**, 1–68 (1937).

[11] M. M. P. Gillis, R. von Mises, R. Ballieu, D. van Dantzig, R. Coutrez, L. Bouckaert, I. Prigogine, F. Campus, A. Fauville, M. Fréchet y G. Hirsch, Théorie des probabilités, Exposé sur ses fondements et ses applications. Gauthier-Villars, 1952

[12] I. J. Good, Probability and the Weighing of Evidence. Griffin, 1950.

[13] K. G. Hagstroem, Les préludes antiques de la théorie des probabilités. Almqvist & Wiksell, 1932.

[14] K. Jordan, Fejezetek a klasszikus valószínűségszámításból. Akadémiai Kiadó, 1956.

[15] H. E. Kyburg y H. E. Smokler, Studies in Subjective Probability, Wiley, 1964.

[16] P. Laplace, Ensayo filosófico sobre la probabilidad. [Traducción de Emilio Méndez Pinto.]

[17] T. Lucrecio, De la naturaleza de las cosas. Cátedra, 2018.

[18] J. Mesnard, Pascal. Hatier, 1951.

[19] R. Mises, Probability, statistics, and truth. Dover, Nueva York, 1957.

[20] M. Montaigne, Ensayos. Cátedra, 2002.

[21] B. Pascal, Oeuvres complètes. Bibliothèque de la Pléiade, Gallimard, 1954.

[22] B. Pascal, Les Provinciales. Larousse, 1970.

[23] B. Pascal, Pensamientos. Espasa-Calpe, 1967.

[24] B. Pascal, Eine Auswahl aus seinen Schriften von Walter Warnach [Selección de sus escritos por Walter Warnach]. Schwann, 1947.

[25] B. Pascal, Geist und Herz. Eine Auswahl aus dem Gesamtwerk [Mente y corazón. Selección de su obra completa]. Union Verlag, 1964.

[26] Platón, Timeo (Platón. Obras completas), Patricio de Azcárate, 1872.

[27] G. Pólya, Matemáticas y razonamiento plausible. Tecnos, 1966.

[28] A. Rényi, Blaise Pascal, 1623–1662, *Magyar Tudomány*, **2**, 102–108 (1963).

[29] A. Rényi, Diálogos matemáticos. Soutiño, 2021.

[30] A. Rényi, Wahrscheinlinchkeitsrechnung, mit einem Anhang über Informationstheorie. Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1973.

[31] A. Rényi, On a new axiomatic theory of probability, *Asta Math. Acad. Sci. Hung.*, **6**, 285–335 (1955).

[32] J. L. Savage, The Foundations of Statistics. Dover, 1972.

[33] I. Todhunter, A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace. Chelsea Publishing Company, 1949.

[34] T. Wilder, Los idus de marzo. Alianza, 1997.

Contenidos

Magyar
Matemática

With this enjoyable little book the author intends to interest the reader in the foundations of probability theory.

The first letter discusses the value of assigning a "probability" to an uncertain event and gives the fundamental rules for such probabilities. "Laplace's definition" is borrowed as a rule for computing probabilities in simple cases: the probability of an event is the number of outcomes favorable to the event, divided by the number of all possible outcomes. The second letter first refutes Fermat's objection that Laplace's definition may be circular and then it considers the question how to determine probabilities not covered by Laplace's definition, e.g. the probability of throwing a certain number of eyes with an unfair die. In the third letter the multiplication rule is made more precise and independence and conditional probabilities are introduced. The last letter, more philosophical in nature than the previous three, deals with the nature of "probability". It is written in the form of a dialogue between Miton, who takes the "subjectivist's" point of view and Pascal on the "objectivists" side.

The unusual form of the book is well suited to keep the readers attention. Of course Rényi's style is a major ingredient. The arguments are not new, but all the major questions are brought up in a logical way and understandable to the intelligent layman. The answers may be too summary for a person who runs into the questions for the first time here, but precisely this aspect will challenge him to think and read more about the tricky and fascinating foundations of probability in which "at almost every step there lurks an abyss for the intruder".

H. Kesten
Canadian Mathematical Bulletin

Ejemplar gratuito
ISBN 978-84-09-43646-0
9 788409 436460

SOUTIÑO
EDITORA